



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2019

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI BONGSU

Julai 2019

Masa : 2 Jam 30 Minit

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____

No. Kad Pengenalan : _____

Tingkatan : _____

Nama Sekolah : _____

Alamat Sekolah : _____

Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2019

Nama : No. Kad Pengenalan :

Nama Sekolah : Tandatangan :

Alamat Sekolah:

SILA GANTIKAN MUKASURAT INI DENGAN COVER PAGE

BAHAGIAN A**SECTION A**

ARAHAN: Jawab semua soalan. Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. (12 markah)

INSTRUCTION: Answer all questions. Write your answer in the box provided. (12 marks)

SOALAN 1**QUESTION 1**

Jujukan berikut berulang-alik antara 1 dan 5:

1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3,

Apakah nombor ke-2019 dalam jujukan tersebut?

The following sequence goes back and forth between 1 and 5:

1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3,

What is the 2019th number in the sequence?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 2**QUESTION 2**

Suatu jubin lantai berbentuk segiempat tepat mempunyai saiz 12×21 . Lina ingin menyusun beberapa keping jubin tersebut (tanpa potongan atau pertindanan) untuk mendapatkan bentuk segiempat sama. Berapakah bilangan minimum kepingan jubin yang diperlukannya?

A rectangular floor tile has size 12×21 . Lina wants to arrange several of these tiles (without cutting or overlapping) to form a square area. What is the minimum number of tiles that she needs?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 3

QUESTION 3

Tukarkan nilai berikut kepada integer:

$$\sqrt{16} + \sqrt{1156} + \sqrt{111556} + \sqrt{11115556}.$$

Convert the following value into an integer:

$$\sqrt{16} + \sqrt{1156} + \sqrt{111556} + \sqrt{11115556}.$$

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 4

QUESTION 4

Tiga nombor perdana p , q , dan r dipilih supaya $p - q$, $p - r$, dan $q - r$ adalah tiga nombor perdana yang berbeza. Apakah nilai bagi $p + q + r$?

Three prime numbers p , q , and r are selected such that $p - q$, $p - r$, and $q - r$ are three different prime numbers. What is the value of $p + q + r$?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 5

QUESTION 5

Diberi suatu segitiga bersudut tirus ABC dengan luas 156. Titik D terletak pada sisi AB supaya CD berserenjang dengan AB . Diketahui bahawa $AD = 18$ dan $BD = 8$. Cari $\angle ACB$, dalam unit darjah.

Given an acute-angled triangle ABC with area 156. Point D lies on side AB such that CD is perpendicular to AB . It is known that $AD = 18$ and $BD = 8$. Find $\angle ACB$, in degrees.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 6

QUESTION 6

Cari bilangan integer tiga digit dengan hasil tambah digit-digitnya adalah suatu nombor kuasa dua sempurna.

Contohnya, 100 dan 574 memenuhi syarat tersebut, kerana

$$1 + 0 + 0 = 1 = 1^2 \quad \text{dan} \quad 5 + 7 + 4 = 16 = 4^2.$$

Find the number of three digit integers such that the sum of the digits is a perfect square. For example, 100 and 574 fulfill the condition, since

$$1 + 0 + 0 = 1 = 1^2 \quad \text{and} \quad 5 + 7 + 4 = 16 = 4^2.$$

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

BAHAGIAN B***SECTION B***

ARAHAN: Jawab semua soalan. Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. (18 markah)

INSTRUCTION: Answer all questions. All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. (18 marks)

SOALAN 1***QUESTION 1***

(a) Cari semua pasangan integer positif (a, b) yang memenuhi $a^2 - b^2 = 999$.

(b) Cari semua pasangan integer positif (c, d) yang memenuhi $c^3 - d^3 = 999$.

(a) Find all pairs of positive integers (a, b) satisfying $a^2 - b^2 = 999$.

(b) Find all pairs of positive integers (c, d) satisfying $c^3 - d^3 = 999$.

SOALAN 2**QUESTION 2**

Suatu bulatan diterapkan di dalam suatu sisiempat (bulatan tersebut menyentuh kesemua sisi bagi sisiempat tersebut). Buktikan bahawa nisbah bagi perimeter sisiempat tersebut kepada perimeter bulatan tersebut adalah sama dengan nisbah bagi luas sisiempat tersebut kepada luas bulatan tersebut.

A circle is inscribed inside a quadrilateral (the circle touches all sides of the quadrilateral). Prove that the ratio of the perimeter of the quadrilateral to the perimeter of the circle is equal to the ratio of the area of the quadrilateral to the area of the circle.

SOALAN 3

QUESTION 3

Suatu set integer positif digelar set **indah** jika hasil darab mana-mana dua unsur bagi set tersebut boleh bahagi dengan hasil tambah semua unsur bagi set tersebut. Contohnya, set $\{6, 12, 18\}$ adalah suatu set indah, kerana setiap satu daripada hasil darab berikut:

$$6 \times 12 = 72, \quad 6 \times 18 = 108, \quad \text{dan} \quad 12 \times 18 = 216$$

boleh bahagi dengan $6 + 12 + 18 = 36$. Buktikan bahawa wujud suatu set indah dengan 2019 unsur.

*A set of positive integers is called a **wonderful** set if the product of any two elements of the set is divisible by the sum of all elements of the set. For example, the set $\{6, 12, 18\}$ is a wonderful set, since each of the following products:*

$$6 \times 12 = 72, \quad 6 \times 18 = 108, \quad \text{and} \quad 12 \times 18 = 216$$

is divisible by $6 + 12 + 18 = 36$. Prove that there exists a wonderful set with 2019 elements.



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2019

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI MUDA

Julai 2019

Masa : 2 Jam 30 Minit

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____

No. Kad Pengenalan : _____

Tingkatan : _____

Nama Sekolah : _____

Alamat Sekolah : _____

Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2019

Nama : No. Kad Pengenalan :

Nama Sekolah : Tandatangan :

Alamat Sekolah:

SILA GANTIKAN MUKASURAT INI DENGAN COVER PAGE

BAHAGIAN A**SECTION A**

ARAHAN: Jawab semua soalan. Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. (12 markah)

INSTRUCTION: Answer all questions. Write your answer in the box provided. (12 marks)

SOALAN 1**QUESTION 1**

Sekumpulan pelajar sekolah telah mengutip 200 cengkerang di pantai. Berapakah bilangan maksimum pelajar yang mungkin dalam kumpulan tersebut, jika setiap pelajar mengutip sekurang-kurangnya satu cengkerang, dan semua pelajar mengutip bilangan cengkerang yang berbeza?

A group of students collected 200 seashells at a beach. What would be the maximum possible number of students in the group, if every student collected at least one seashell, and all students collected different numbers of seashells?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 2**QUESTION 2**

Suatu titik P terletak di dalam segiempat sama $ABCD$. Garis PA , PB , PC , dan PD membahagikan segiempat sama tersebut kepada empat segitiga. Tiga daripada segitiga tersebut mempunyai luas 20, 30, dan 45. Berapakah kemungkinan yang wujud bagi luas segitiga keempat?

A point P lies inside square $ABCD$. The lines PA , PB , PC , and PD divide the square into four triangles. Three of the triangles have areas 20, 30, and 45. How many possibilities are there for the area of the fourth triangle?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 3

QUESTION 3

Permudahkan yang berikut dalam bentuk integer:

$$\frac{66666666 \times 44444445 - 33333333 \times 88888888}{6666 \times 4445 - 3333 \times 8888}.$$

Simplify the following in integer form:

$$\frac{66666666 \times 44444445 - 33333333 \times 88888888}{6666 \times 4445 - 3333 \times 8888}.$$

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 4

QUESTION 4

Andaikan p , q dan r nombor perdana dengan

$$p^2 + q^2 + r^2 = 2019 \quad \text{dan} \quad 10 < p < 20 < q < 30 < r < 40.$$

Cari nilai bagi $p + q + r$.

Let p , q and r be prime numbers such that

$$p^2 + q^2 + r^2 = 2019 \quad \text{and} \quad 10 < p < 20 < q < 30 < r < 40.$$

Find the value of $p + q + r$.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 5

QUESTION 5

Diberi tiga titik A , B , dan C pada suatu bulatan, dengan $AB = 8$, $BC = 4$, dan $CA = 6$. Andaikan D suatu titik di luar bulatan tersebut dengan DC adalah tangen kepada bulatan tersebut dan $\angle DCA < 90^\circ$. Jika $DC = 12$, cari panjang AD .

Given three points A , B , and C on a circle, with $AB = 8$, $BC = 4$, and $CA = 6$. Let D be a point outside the circle such that DC is tangent to the circle and $\angle DCA < 90^\circ$. If $DC = 12$, find the length of AD .

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 6

QUESTION 6

Cari faktor sepunya terbesar bagi $99^3 + 101^3$ dan $99^6 + 101^6$.

Find the highest common factor of $99^3 + 101^3$ and $99^6 + 101^6$.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

BAHAGIAN B***SECTION B***

ARAHAN: Jawab semua soalan. Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. (18 markah)

INSTRUCTION: Answer all questions. All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. (18 marks)

SOALAN 1***QUESTION 1***

Andaikan a , b , dan c integer dengan $7a + 4b - 3c = 0$. Buktikan bahawa $(a + b)(b + c)(c + a)$ boleh bahagi dengan 42.

Let a , b , and c be integers such that $7a + 4b - 3c = 0$. Prove that $(a + b)(b + c)(c + a)$ is divisible by 42.

SOALAN 2**QUESTION 2**

Diberi suatu segiempat sama $ABCD$. Titik P dipilih dengan $\angle PAB = 15^\circ$, $\angle PBD = 90^\circ$ dan $\angle PBC < 90^\circ$. Buktikan bahawa ACP ialah suatu segitiga sama kaki.

Given a square $ABCD$. A point P is chosen such that $\angle PAB = 15^\circ$, $\angle PBD = 90^\circ$ and $\angle PBC < 90^\circ$. Prove that ACP is an isosceles triangle.

SOALAN 3**QUESTION 3**

Abbas menulis suatu integer positif dengan empat digit terakhir 2019. Emma mahu memilih dua digit yang bersebelahan pada nombor tersebut dan melukis suatu garis menegak di antara dua digit tersebut, dengan syarat bilangan digit 1 di bahagian kiri garis tersebut adalah sama dengan bilangan digit 2 di bahagian kanan garis tersebut. Buktikan bahawa Emma sentiasa boleh melukis garis tersebut, walau apapun nombor yang ditulis oleh Abbas.

Abbas wrote a positive integer whose last four digits are 2019. Emma wants to choose two neighboring digits of the number and draw a vertical line between the two digits, with the condition that the number of digit 1s to the left of the line is equal to the number of digit 2s to the right of the line. Prove that it is always possible for Emma to draw the vertical line, regardless of the number that Abbas wrote.



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2019

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI SULONG

Julai 2019

Masa : 2 Jam 30 Minit

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____

No. Kad Pengenalan : _____

Tingkatan : _____

Nama Sekolah : _____

Alamat Sekolah : _____

Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2019

Nama : No. Kad Pengenalan :

Nama Sekolah : Tandatangan :

Alamat Sekolah:

SILA GANTIKAN MUKASURAT INI DENGAN COVER PAGE

BAHAGIAN A***SECTION A***

ARAHAN: Jawab semua soalan. Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. (12 markah)

INSTRUCTION: Answer all questions. Write your answer in the box provided. (12 marks)

SOALAN 1***QUESTION 1***

Tentukan nilai bagi

Determine the value of

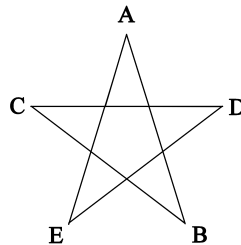
$$\frac{1}{\log_2 \frac{1}{7}} + \frac{1}{\log_3 \frac{1}{7}} + \frac{1}{\log_4 \frac{1}{7}} + \frac{1}{\log_5 \frac{1}{7}} + \frac{1}{\log_6 \frac{1}{7}} - \frac{1}{\log_7 \frac{1}{7}} - \frac{1}{\log_8 \frac{1}{7}} - \frac{1}{\log_9 \frac{1}{7}} - \frac{1}{\log_{10} \frac{1}{7}}.$$

Jawapan:
Answer:

SOALAN 2***QUESTION 2***

Diberi suatu pentagram sekata $ABCDE$ dengan luas 100, seperti ditunjukkan di bawah. Garis AB dan DE bersilang pada M . Garis AE dan BC bersilang pada N . Cari luas sisiempat $CDMN$.

Given a regular pentagram $ABCDE$ with area 100, as shown below. Lines AB and DE intersect at M . Lines AE and BC intersect at N . Find the area of quadrilateral $CDMN$.



Jawapan:
Answer:

SOALAN 3

QUESTION 3

Suatu integer digelar **faktorion** jika ia sama dengan hasil tambah faktorial bagi semua digit-digitnya. Contohnya, 40585 ialah suatu faktorion kerana

$$4! + 0! + 5! + 8! + 5! = 24 + 1 + 120 + 40320 + 120 = 40585.$$

Cari suatu faktorion dengan tiga digit.

*An integer is called a **faktorion** if it is equal to the sum of the factorials of all its digits. For example, 40585 is a faktorion since*

$$4! + 0! + 5! + 8! + 5! = 24 + 1 + 120 + 40320 + 120 = 40585.$$

Find a three-digit faktorion.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 4

QUESTION 4

Pertimbangkan set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 100\}$. Bagi suatu integer positif k , andaikan $f(k)$ mewakili saiz maksimum suatu subset bagi A supaya subset tersebut tidak mengandungi dua unsur dengan beza k . Tentukan bilangan nilai yang mungkin bagi k yang memenuhi syarat $f(k) = 50$.

Consider the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 100\}$. For a positive integer k , let $f(k)$ represents the maximum size of a subset of A such that no two elements in that subset differ by k . Determine the number of possible values of k that fulfill the condition $f(k) = 50$.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 5

QUESTION 5

Diberi suatu segitiga ABC dan suatu titik D pada sisi AB . Diketahui bahawa $BC = 28$, $AD = 25$, $BD = 24$, dan $CD = 20$. Cari panjang AC .

Given a triangle ABC and a point D on side AB . It is known that $BC = 28$, $AD = 25$, $BD = 24$, and $CD = 20$. Find the length of AC .

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 6

QUESTION 6

Diketahui bahawa

$$2018(2019^{39} + 2019^{37} + 2019^{35} + \cdots + 2019^5 + 2019^3 + 2019) + 1$$

adalah suatu nombor perdana. Tentukan bilangan faktor positif bagi $(2019^{41} + 1)$.

It is known that

$$2018(2019^{39} + 2019^{37} + 2019^{35} + \cdots + 2019^5 + 2019^3 + 2019) + 1$$

is a prime number. Determine the number of positive factors of $(2019^{41} + 1)$.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

BAHAGIAN B***SECTION B***

ARAHAN: Jawab semua soalan. Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. (18 markah)

INSTRUCTION: Answer all questions. All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. (18 marks)

SOALAN 1***QUESTION 1***

Maslina memilih tiga nombor nyata a , b , dan c . Kemudian, beliau membentuk persamaan berikut dengan pembolehubah x :

$$\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x+b} - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x+c} - \frac{1}{x}\right) = 0.$$

Buktikan bahawa walau apapun pilihan bagi a , b , dan c , persamaan tersebut mempunyai sekurang-kurangnya satu punca nyata.

Maslina chooses three real numbers a , b , and c . Then, she sets the following equation with variable x :

$$\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x+b} - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x+c} - \frac{1}{x}\right) = 0.$$

Prove that, regardless of the choices of a , b , and c , the equation has at least one real solution.

SOALAN 2**QUESTION 2**

Diberi suatu segiempat selari $ABCD$. Suatu titik M dipilih dengan $\angle MAC = \angle DAC$ dan $\angle MBD = \angle CBD$. Buktikan bahawa

$$\frac{AM}{BM} = \left(\frac{AC}{BD} \right)^2.$$

Given a parallelogram $ABCD$. A point M is chosen such that $\angle MAC = \angle DAC$ and $\angle MBD = \angle CBD$. Prove that

$$\frac{AM}{BM} = \left(\frac{AC}{BD} \right)^2.$$

SOALAN 3**QUESTION 3**

Kita gelarkan suatu jujukan lima nombor sebagai jujukan **baik** jika jujukan tersebut adalah suatu jangjang aritmetik yang mengandungi sebutan 20 dan 19. Contohnya, dua jujukan berikut merupakan jujukan baik:

$$18, 19, 20, 21, 22;$$

$$20, 19\frac{2}{3}, 19\frac{1}{3}, 19, 18\frac{2}{3}.$$

Bagi setiap jujukan baik, kita tambahkan semua sebutan dalam jujukan tersebut. Kemudian, kita jumlahkan hasil-hasil tambah tersebut bagi kesemua jujukan baik yang wujud. Apakah jumlah yang akan diperoleh?

*We call a sequence of five numbers a **good** sequence if it is an arithmetic progression that contains the terms 20 and 19. For example, these two sequences are good sequences:*

$$18, 19, 20, 21, 22;$$

$$20, 19\frac{2}{3}, 19\frac{1}{3}, 19, 18\frac{2}{3}.$$

For each good sequence, we take the sum of all terms in the sequence. Then we add the sums over all possible good sequences. What will be the result?