

SULIT

1

**SILA GANTIKAN MUKASURAT INI DENGAN COVER PAGE**

**BAHAGIAN A*****SECTION A***

**ARAHAN:** Jawab semua soalan. Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. (12 markah)

***DIRECTION:*** Answer all questions. Write your answer in the box provided. (12 marks)

**SOALAN 1*****QUESTION 1***

Sebuah kuboid berwarna putih dengan ukuran  $20 \times 21 \times 22$  telah dicat merah pada semua permukaannya. Kemudian, kuboid itu dipotong kepada kubus-kubus kecil dengan ukuran  $1 \times 1 \times 1$ . Berapakah kubus kecil yang mempunyai bilangan permukaan merah yang ganjil?

*A white solid cuboid with dimension  $20 \times 21 \times 22$  is painted red on all faces. It is then cut into smaller  $1 \times 1 \times 1$  cubes. How many of the smaller cubes have an odd number of red faces?*

|                                          |  |
|------------------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b><i>Answer:</i></b> |  |
|------------------------------------------|--|

## SOALAN 2

## QUESTION 2

Terdapat tiga buah kelab di sebuah sekolah dengan 1200 orang pelajar. Setiap pelajar wajib menganggotai satu kelab sahaja. Bilangan ahli ketiga-tiga kelab tidak sama. Maka,  $\frac{1}{5}$  daripada bilangan ahli Kelab Muzik dipindahkan ke Kelab Komputer. Kemudian,  $\frac{1}{5}$  daripada bilangan ahli Kelab Komputer dipindahkan ke Kelab Fotografi. Akhir sekali,  $\frac{1}{5}$  daripada bilangan ahli Kelab Fotografi dipindahkan ke Kelab Muzik. Setelah perubahan tersebut dibuat, bilangan ahli ketiga-tiga kelab adalah sama. Berapakah bilangan ahli Kelab Muzik pada mulanya?

*There are three clubs in a school with 1200 students. Each student must join one club only. The number of club members for all three clubs are not equal. Hence,  $\frac{1}{5}$  of the Music Club members were transferred to the Computer Club. Then,  $\frac{1}{5}$  of the Computer Club members were transferred to the Photography Club. Finally,  $\frac{1}{5}$  of the Photography Club members were transferred to the Music Club. After making the changes, the number of club members for all three clubs are equal. How many members were there in the Music Club initially?*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

**SOALAN 3****QUESTION 3**

Diberi suatu dekaagon sekata  $ABCDEFGHIJ$ . Luas segi empat  $CDHI$  adalah  $k\%$  daripada luas dekaagon tersebut. Cari  $k$ .

*Given a regular decagon  $ABCDEFGHIJ$ . The area of rectangle  $CDHI$  is  $k\%$  of the area of the decagon. Find  $k$ .*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

**SOALAN 4****QUESTION 4**

Jika kita membahagi suatu integer positif  $x > 1$  dengan mana-mana integer daripada 2 hingga 12, bakinya ialah 1. Cari nilai terkecil yang mungkin bagi  $x$ .

*If we divide a positive integer  $x > 1$  with any integer from 2 to 12, the remainder is 1. Find the smallest possible value for  $x$ .*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 5

## QUESTION 5

Stacy membahagi tanah berbentuk segi empat sama berukuran  $9 \text{ km} \times 9 \text{ km}$  kepunyaannya kepada 81 plot berukuran  $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$ . Dia meletakkan sebatang tiang hitam pada setiap bucu bagi setiap plot tersebut. Dia juga meletakkan bilangan tiang merah yang sama banyak sepanjang setiap sisi bagi setiap plot tersebut. Terdapat 1000 batang tiang yang diletakkan kesemuanya, termasuk tiang hitam dan merah. Berapakah bilangan tiang merah yang diletakkan pada setiap sisi bagi setiap plot?

*Stacy divided her square  $9 \text{ km} \times 9 \text{ km}$  land into 81 plots with measurement  $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$ . She placed one black pole at each corner of each plot. She also placed an equal number of red poles on each edge of each plot. She placed 1000 poles altogether, both black and red. How many red poles were placed there on each edge of a plot?*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 6

## QUESTION 6

Diberi integer  $a, b, c$ , dan  $d$  memenuhi persamaan  $a + b + c + d = 100$ . Apakah nilai maksimum bagi  $ab + bc + cd + ad$ ?

*Given integers  $a, b, c$ , and  $d$  satisfy the equation  $a + b + c + d = 100$ . What is the maximum value for  $ab + bc + cd + ad$ ?*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

**BAHAGIAN B*****SECTION B***

**ARAHAN:** Jawab semua soalan. Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. (18 markah)

***DIRECTION:*** Answer all questions. All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. (18 marks)

---

**SOALAN 1*****QUESTION 1***

Diberi sebuah segi empat sama  $ABCD$  dengan panjang sisi 1. Andaikan  $ABM$  dan  $CDN$  segi tiga sama sisi agar titik  $M$  dan  $N$  berada di dalam segi empat tersebut. Cari panjang bagi tembereng garis  $MN$ .

*Given a square  $ABCD$  with side length 1. Let  $ABM$  and  $CDN$  be equilateral triangles such that points  $M$  and  $N$  are inside the square. Find the length of the line segment  $MN$ .*

## SOALAN 2

## QUESTION 2

Faktorial suatu integer positif  $n$  ditakrifkan sebagai  $n! = n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1$ . Sebagai contoh,  $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$  dan  $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ . Diberi masa awal jam 20:22 pada 22 Februari 2022. Apakah tarikh dan masa akhir tepat  $10!$  saat selepas masa awal tersebut?

*The factorial of a positive integer  $n$  is defined as  $n! = n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1$ . For example,  $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$  and  $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ . Given the initial time of 20:22 hrs on 22 February 2022. What is the final time and date exactly  $10!$  seconds after the initial time?*

## SOALAN 3

## QUESTION 3

Nigel mempunyai beberapa kad yang masing-masing tertulis integer positif berbeza daripada 1 hingga  $n$ . Bermula dengan nilai 0, dia mengambil setiap kad dalam urutan menaik lalu memilih sama ada untuk menambah atau menolak nilai kad tersebut dari jumlah semasanya. Setelah beberapa ketika, Nigel memperoleh nilai 2022. Dia mendapati bahawa dia hanya menolak nilai bagi satu kad sahaja sedangkan dia menambah nilai bagi kad-kad yang lain. Apakah nilai kad yang ditolak tersebut?

*Nigel has several cards, each with distinct positive integers from 1 to  $n$ . Beginning with the value 0, he takes each card in increasing order and choose whether to add or subtract the card value from his current total. After a while, Nigel obtained the value 2022. He noticed that he only subtracted one of the card values while adding the others. What is the value of the card that was subtracted?*

SULIT

1

**SILA GANTIKAN MUKASURAT INI DENGAN COVER PAGE**

**BAHAGIAN A****SECTION A**

**ARAHAN:** Jawab semua soalan. Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. (12 markah)

**DIRECTION:** Answer all questions. Write your answer in the box provided. (12 marks)

**SOALAN 1****QUESTION 1**

Nombor  $(2^{22} - 2^{20})(3^{24} - 3^{22})(4^{26} - 4^{24})$  adalah bersamaan  $2^x \times 3^y \times 5^z$ . Tentukan nilai bagi  $x + y + z$ .

The number  $(2^{22} - 2^{20})(3^{24} - 3^{22})(4^{26} - 4^{24})$  is equal to  $2^x \times 3^y \times 5^z$ . Determine the value of  $x + y + z$ .

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

**SOALAN 2****QUESTION 2**

Diberi dua integer positif  $x$  dan  $y$  agar salah satu gandaan sepunya bagi  $x$  dan  $y + 5$  ialah 30, dan  $|x - y| = 7$ . Apakah gandaan sepunya terkecil bagi  $x$  dan  $y + 5$ ?

Given two positive integers  $x$  and  $y$  such that one of the common multiples of  $x$  and  $y + 5$  is 30, and  $|x - y| = 7$ . What is the lowest common multiple of  $x$  and  $y + 5$ ?

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 3

## QUESTION 3

Sebuah segi empat tepat  $ABCD$  dimuatkan ke dalam suatu suku bulatan agar garis  $AD$  dan  $CD$  berada pada perimeter suku bulatan tersebut. Diberi jarak terpendek dari titik  $A$  dan  $C$  ke lengkok suku bulatan tersebut masing-masing adalah 16 dan 2. Diberi luas suku bulatan tersebut adalah  $k\pi$ . Cari nilai bagi  $k$ .

*A rectangle  $ABCD$  is inscribed inside a quarter circle such that lines  $AD$  and  $CD$  lie on the perimeter of the quarter circle. Given that the shortest length of points  $A$  and  $C$  from the arc of the quarter circle are 16 and 2, respectively. Given the area of the quarter circle is  $k\pi$ . Find the value of  $k$ .*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 4

## QUESTION 4

Integer  $a, b, c, d$ , dan  $e$  memenuhi sistem persamaan berikut. Cari beza antara nilai tertinggi dan nilai terendah di antara integer tersebut.

*Integers  $a, b, c, d$ , and  $e$  satisfy the following system of equations. Find the difference between the highest and the lowest values between the integers.*

$$a + b + c = 429$$

$$b + c + d = 467$$

$$c + d + e = 431$$

$$a + d + e = 400$$

$$a + b + e = 373$$

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 5

## QUESTION 5

Diberi segi tiga  $ABC$  bersudut tepat pada titik  $B$ , sebuah garis dilukis dari titik  $B$  bersilang dengan garis  $AC$  pada titik  $D$  agar  $AB = BD = CD$ . Diberi  $\frac{BC}{AD} = \sqrt{\frac{m}{n}}$  dengan  $m$  dan  $n$  adalah koperdana. Cari nilai bagi  $m + n$ .

*Given a right-angled triangle  $ABC$  at point  $B$ , a line is drawn from point  $B$  intersecting line  $AC$  at point  $D$  such that  $AB = BD = CD$ . Given that  $\frac{BC}{AD} = \sqrt{\frac{m}{n}}$  with  $m$  and  $n$  are coprimes. Find the value of  $m + n$ .*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 6

## QUESTION 6

Sebuah lantai berbentuk segi empat sama dipenuhi beberapa jubin hitam dan jubin putih bersaiz  $1 \times 1$ . Jubin hitam diletakkan pada sepanjang pepenjuru manakala jubin putih memenuhi ruang selebihnya. Berapakah jubin hitam pada lantai yang mempunyai 2500 jubin putih?

*A square floor is covered by some  $1 \times 1$  black tiles and white tiles. Black tiles were placed along the diagonals of the floor while white tiles cover the remaining spaces. How many black tiles are there on the floor with 2500 white tiles?*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

**BAHAGIAN B*****SECTION B***

**ARAHAN:** Jawab semua soalan. Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. (18 markah)

***DIRECTION:*** Answer all questions. All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. (18 marks)

---

**SOALAN 1*****QUESTION 1***

Diberi nombor nyata  $x$  dan  $y$  agar  $a^{2x-5} = b^{y-4}$  dan  $a^{6x+1} = b^{3y-8}$ . Buktikan bahawa  $k^{2y-x}$  adalah integer jika  $k$  adalah kuasa dua sempurna.

*Given real numbers  $x$  and  $y$  such that  $a^{2x-5} = b^{y-4}$  and  $a^{6x+1} = b^{3y-8}$ . Prove that  $k^{2y-x}$  is an integer if  $k$  is a perfect square.*

## SOALAN 2

## QUESTION 2

Tentukan bilangan integer positif  $N$  yang memenuhi semua syarat berikut:

- (i)  $N < 10^{2022}$ ;
- (ii) semua digit bagi  $N$  adalah sama; dan
- (iii)  $N$  boleh dibahagi dengan 11.

*Determine how many positive integers  $N$  that fulfill all these requirements:*

- (i)  $N < 10^{2022}$ ;*
- (ii) all digits of  $N$  are equal; and*
- (iii)  $N$  is divisible by 11.*

Diberi suatu jujukan yang terdiri daripada huruf  $O$ ,  $M$ ,  $K$  dan mengandungi semua rentetan yang dibentuk menggunakan huruf-huruf tersebut (disusun menggunakan bilangan huruf dalam rentetan, kemudian mengikut urutan  $O < M < K$ ). Sebagai contoh, kita bermula dengan tiga rentetan dengan 1 huruf:  $O$ ,  $M$  dan  $K$ , diikuti sembilan rentetan dengan 2 huruf:  $OO$ ,  $OM$ ,  $OK$ ,  $MO$ ,  $MM$ ,  $MK$ ,  $KO$ ,  $KM$ , dan  $KK$ , diikuti rentetan dengan 3 huruf, dan seterusnya. Iaitu, jujukan tersebut bermula dengan  $OMKOOOMOKMOMMMK \dots$ . Apakah huruf yang ke-2022 dari kiri dalam jujukan tersebut?

*Given a sequence consisting of letters  $O$ ,  $M$ ,  $K$ , and contains all possible strings formed by the letters (ordered by the number of letters in the strings, and then by the order  $O < M < K$ ). For example, we start with three strings of 1 letter:  $O$ ,  $M$  and  $K$ , followed by nine strings of 2 letters:  $OO$ ,  $OM$ ,  $OK$ ,  $MO$ ,  $MM$ ,  $MK$ ,  $KO$ ,  $KM$ , and  $KK$ , followed by the strings of 3 letters, and so on. That is, the sequence begins with  $OMKOOOMOKMOMMMK \dots$ . What is the 2022<sup>th</sup> letter from the left in the sequence?*

SULIT

1

**SILA GANTIKAN MUKASURAT INI DENGAN COVER PAGE**

**BAHAGIAN A****SECTION A**

**ARAHAN:** Jawab semua soalan. Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. (12 markah)

**DIRECTION:** Answer all questions. Write your answer in the box provided. (12 marks)

**SOALAN 1****QUESTION 1**

Andaikan  $a$  dan  $b$  integer positif dengan  $a < b$ . Diberi faktor sepunya terbesar dan gandaan sepunya terkecil bagi  $a$  dan  $b$  adalah masing-masing 7 dan 630. Cari hasil tambah bagi semua nilai yang mungkin bagi  $b - a$ .

*Let  $a$  and  $b$  be positive integers such that  $a < b$ . It is given that the greatest common divisor and the lowest common multiple of  $a$  and  $b$  are 7 and 630, respectively. Find the sum of all possible values of  $b - a$ .*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

**SOALAN 2****QUESTION 2**

Suatu integer  $2022XYZ2022$  boleh dibahagi dengan 99 dengan  $X$ ,  $Y$ , dan  $Z$  tidak semestinya digit yang berbeza. Cari hasil tambah bagi semua nilai yang mungkin bagi  $X + Y + Z$ .

*An integer  $2022XYZ2022$  is divisible by 99 with  $X$ ,  $Y$ , and  $Z$  not necessarily distinct digits. Find the sum of all possible values for  $X + Y + Z$ .*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 3

## QUESTION 3

Diberi suatu segi tiga  $ABC$  yang bersudut tegak pada bucu  $B$  dan  $AB = BC = 12$ . Sebuah altitud dilukis dari titik  $B$  menemui garisan  $AC$  pada titik  $D$ . Suatu garisan lain pula dilukis dari titik  $A$  ke titik tengah  $BC$ . Andaikan titik persilangan bagi kedua-dua garis tersebut adalah titik  $E$ . Cari luas segi tiga  $ADE$ .

*Given a triangle  $ABC$  with a right angle at point  $B$  and  $AB = BC = 12$ . An altitude is drawn from point  $B$  meeting the line  $AC$  at point  $D$ . Another line is drawn from point  $A$  to the midpoint of  $BC$ . Let the point of intersection of both lines be  $E$ . Find the area of triangle  $ADE$ .*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 4

## QUESTION 4

Nombor 2022 dikatakan sebagai **berat** kerana nilai digit yang tinggi muncul lebih kerap berbanding nilai digit yang rendah. Dengan menggunakan digit daripada 1 hingga 9 sahaja, berapakah bilangan nombor 5-digit yang berat? (Nota: 333 tidak dikira sebagai berat kerana ia mempunyai hanya satu nilai digit yang unik.)

*The number 2022 is considered **heavy** because the higher digit value appears strictly more frequent than the lower digit value. By using digits from 1 to 9 only, how many heavy 5-digit numbers are there? (Note: 333 is not considered as heavy number as it has only one unique digit value.)*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 5

## QUESTION 5

Tarikh 22/02/2022 (ditulis dalam bentuk HH/BB/TTTT) dikatakan sebagai **indah** kerana 22022022 adalah suatu nombor palindrom iaitu nombor yang tetap sama apabila dibaca dari kiri ke kanan atau dari kanan ke kiri. Termasuk tarikh tersebut, berapakah hari yang akan berlangsung sehingga kita mencapai tarikh indah yang seterusnya?

*The date 22/02/2022 (in the form of DD/MM/YYYY) is considered **wonderful** since 22022022 is a palindromic number, that is, a number that reads the same forwards as backwards. Including the date itself, how many days does it take before reaching the next wonderful date?*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

## SOALAN 6

## QUESTION 6

Andaikan  $x$  suatu nombor nyata dengan  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$ . Nilaikan  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ .

*Let  $x$  be a real number such that  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$ . Evaluate  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ .*

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>Jawapan:</b><br><b>Answer:</b> |  |
|-----------------------------------|--|

**BAHAGIAN B*****SECTION B***

**ARAHAN:** Jawab semua soalan. Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. (18 markah)

***DIRECTION:*** Answer all questions. All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. (18 marks)

---

**SOALAN 1*****QUESTION 1***

Andaikan suatu bulatan berpusat pada  $O$  dengan diameter  $AOB$ . Garisan diameter tersebut dipanjangkan dari titik  $B$  ke titik  $C$  agar  $AB = BC$ . Suatu garis lain dilukis dari titik  $C$  agar ia menjadi tangen pada bulatan tersebut pada titik  $D$ . Buktikan bahawa  $\frac{AD}{BD} = \sqrt{2}$ .

*Let a circle centered at  $O$  with the diameter  $AOB$ . The diameter line is extended from point  $B$  to point  $C$  such that  $AB = BC$ . Another line is drawn from point  $C$  such that it is tangent to the circle at point  $D$ . Prove that  $\frac{AD}{BD} = \sqrt{2}$ .*

Nilaikan ungkapan berikut:

$$\left(\sqrt{1 \cdot 2} + \frac{9}{\sqrt{1 \cdot 2}}\right)^2 + \left(\sqrt{2 \cdot 3} + \frac{9}{\sqrt{2 \cdot 3}}\right)^2 + \dots + \left(\sqrt{80 \cdot 81} + \frac{9}{\sqrt{80 \cdot 81}}\right)^2.$$

*Evaluate the following expression:*

$$\left(\sqrt{1 \cdot 2} + \frac{9}{\sqrt{1 \cdot 2}}\right)^2 + \left(\sqrt{2 \cdot 3} + \frac{9}{\sqrt{2 \cdot 3}}\right)^2 + \dots + \left(\sqrt{80 \cdot 81} + \frac{9}{\sqrt{80 \cdot 81}}\right)^2.$$

Tentukan nilai integer terbesar  $n$  agar  $10^n$  membahagi  $2022!$ .

*Determine the largest integer  $n$  such that  $10^n$  divides  $2022!$ .*